

"Modelle der Informatik 1"

Klausur am Dienstag, 26.03.07 (Nachtermin)

Dauer: 100 Minuten + 10 Minuten Einlesezeit
Beginn: 08:30 Uhr
Ende: 10:20 Uhr

Name :

Vorname :

Matrikelnummer :

Studienfach ☐ BSc. Wirtschaftsinformatik
 ☐ Dipl. Wirtschaftsinformatik
 ☐ BSc. Angew. Informatik-Syst. Eng.
 ☐ Lehramt Informatik
 ☐ Mathematik/Math.Eng.
 ☐

| Nr | Thema | Punkte | Erzielte Punkte |
|----|-----------------------------------|--------|-----------------|
| 1 | Formale Sprachen und Automaten I | 10 | |
| 2 | Formale Sprachen und Automaten II | 10 | |
| 3 | Logik I | 10 | |
| 4 | Logik II | 10 | |
| 5 | Bäume, Graphen, Netzwerke I | 10 | |
| 6 | Bäume, Graphen, Netzwerke II | 10 | |
| 7 | Hashing | 10 | |
| 8 | Petri-Netze I | 10 | |
| 9 | Petri-Netze II | 10 | |
| 10 | Stochastische Modelle | 10 | |
| 11 | Vermischtes | 10 | |
| | Summe | 110 | |

Wir wünschen viel Erfolg!

Nachtermin WS 06/07, März 2007

Komplex 1. Formale Sprachen und Automaten I (10 Punkte)**Aufgabe 1.01****(2 P)**

Geben Sie die Definition von Grammatiken an und erläutern Sie ihre Bestandteile.

Aufgabe 1.02**(2 P)**

Welche Form haben die Produktionsregeln von Typ 3-Sprachen?

Aufgabe 1.03**(6 P)**

Geben Sie eine **Typ-3**-Grammatik für folgende Sprache an:

Die Sprache beschreibt alle Folgen von 0 und 1, in denen nicht die Zeichenfolge 0011 vorkommt (d.h. das Alphabet der Sprache besteht nur aus den Zeichen „0“ und „1“).

Anmerkung: Verwenden Sie in der Grammatikbeschreibung keine Metazeichen wie z.B. „|“.

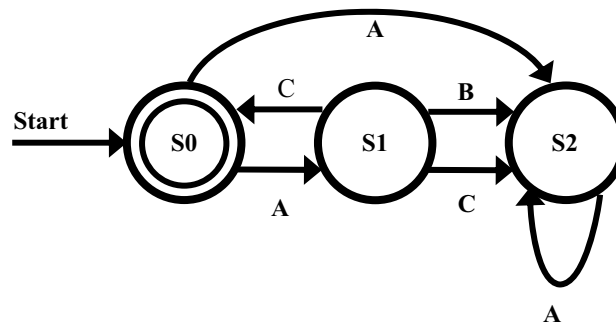
Komplex 2. Formale Sprachen und Automaten II (10 Punkte)**Aufgabe 2.01****(4 P)**

Übersetzen Sie den angegebenen regulären Ausdruck in einen NEA mit Hilfe von Epsilontransformationen.

$$((1|0)^*|0)1$$

Aufgabe 2.04**(6 P)**

Bestimmen Sie für folgenden NEA einen äquivalenten DEA! Verwenden Sie die Technik der Teilmengenkonstruktion!



Komplex 3. Logik I (10 Punkte)**Aufgabe 3.01****(6 P)**

Gegeben ist folgender aussagenlogischer Ausdruck:

$$c \wedge a \leftrightarrow c \rightarrow \neg b$$

- (a) Geben Sie den Werteverlauf an. **Kennzeichnen Sie die Abarbeitungsreihenfolge der Operatoren.**

| a | b | c | | | | | | |
|---|---|---|--|--|--|--|--|--|
| 0 | 0 | 0 | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | | | | | | |
| 1 | 0 | 0 | | | | | | |
| 1 | 0 | 1 | | | | | | |
| 1 | 1 | 0 | | | | | | |
| 1 | 1 | 1 | | | | | | |

- (b) Fragen zu dem Ausdruck:

| | Ja/Nein |
|------------------------------------|---------|
| Ist der Ausdruck tautologisch? | |
| Ist der Ausdruck widerspruchsfrei? | |

- (c) Bringen Sie den gegebenen Ausdruck in die disjunktive Normalform (DNF).

Aufgabe 3.02**(4 P)**

Geben Sie den Syntaxbaum für folgenden aussagenlogischen Ausdruck an.

$$(\neg a \wedge \neg b \vee c \wedge d) \vee e \wedge f$$

Komplex 4. Logik II (10 Punkte)**Aufgabe 4.01****(5 P)**

Gegeben seien folgende Fakten:

- S: Diese Klausur ist leicht
R: Die Studentinnen und Studenten lernen viel
H: Die Bestehensquote ist hoch

Prüfen Sie mit Hilfe des Verfahrens der **Resolutionsrefutation** ob die unten angegebene Aussage wahr ist.

Aussage:

„Wenn **H** und $(\mathbf{H} \rightarrow \mathbf{R})$ sowie $(\mathbf{R} \leftrightarrow \mathbf{S})$ wahr sind, dann ist auch $(\neg \mathbf{S} \wedge \mathbf{R} \vee \mathbf{H})$ wahr!“

Aufgabe 4.02**(4 P)**

Bestimmen Sie durch Resolution, welche der folgenden Klauselmengen nicht widerspruchsfrei sind! Skizzieren Sie jeweils den Resolutionsbaum.

Hinweis: Falls benötigt, finden Sie die Klauselmengen noch einmal im Anhang A.

(a) $\{ \{ \neg p_1, p_2, \neg p_3 \}, \{ p_2, \neg p_3 \}, \{ \neg p_3 \}, \{ p_1, \neg p_3 \} \}$

(b) $\{ \{ \neg p_1, p_2, p_3 \}, \{ p_1, p_2, p_3 \}, \{ \neg p_2 \}, \{ p_1, p_4 \}, \{ \neg p_3 \} \}$

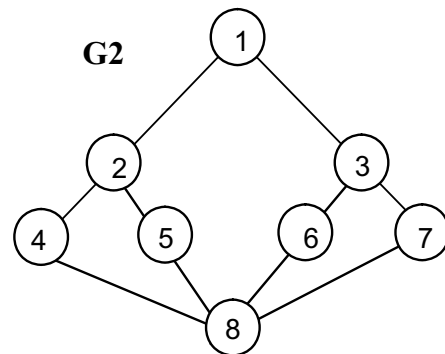
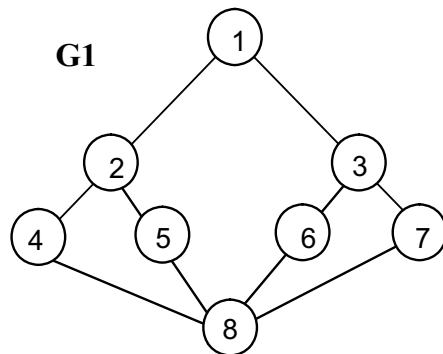
Aufgabe 4.03**(1 P)**

Wie viele 3-stellige Boolesche Funktionen gibt es?

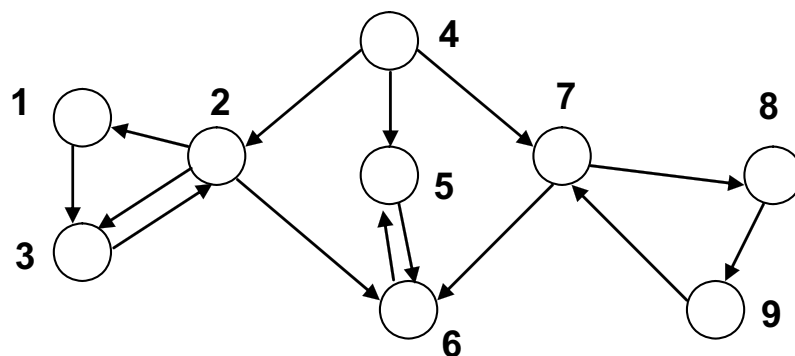
Komplex 5. Bäume, Graphen und Netzwerke I (10 Punkte)**Aufgabe 5.01****(5 P)**

a) Zeichnen Sie in den Graphen G1 einen **DFS-Spannbaum** ein. Wenn die Besuchsreihenfolge nicht eindeutig ist, werden Knoten mit niedrigerer Nummer werden vor Knoten mit höherer Nummer besucht! Startknoten ist der Knoten 1.

b) Zeichnen Sie in den Graphen G2 einen **BFS-Spannbaum** ein. Geben Sie zusätzlich die Tiefe der Knoten im Spannbaum an. Startknoten ist der Knoten 1.

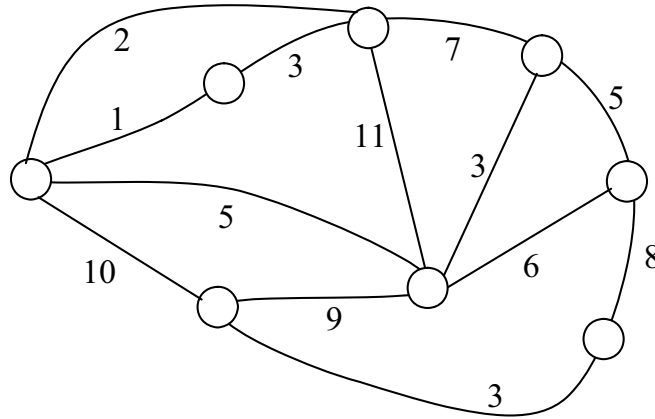
**Aufgabe 5.02****(5 P)**

Geben Sie für den Graphen die starken Zusammenhangskomponenten an. „Umkringeln“ Sie dazu die starken Zusammenhangskomponenten.

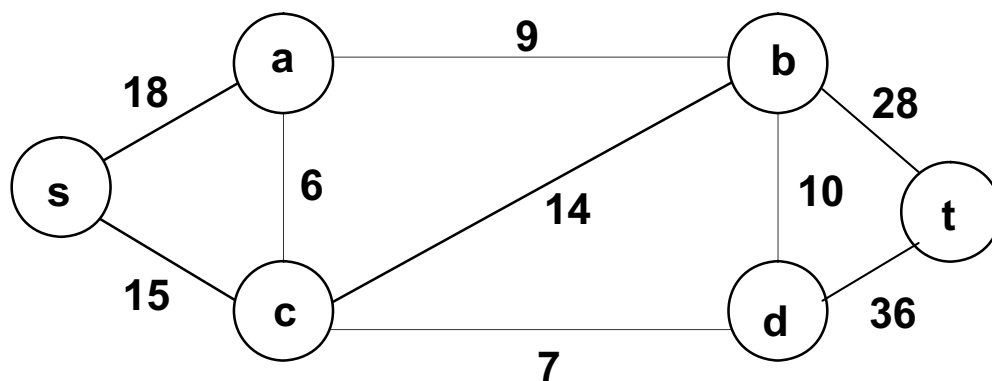


Komplex 6. Bäume, Graphen und Netzwerke II (10 Punkte)**Aufgabe 6.01****(4 P)**

Bestimmen Sie für den angegebenen Graphen den minimalen Spannbaum und geben Sie seinen Wert an!

**Aufgabe 6.02****(6 P)**

Ermitteln sie den kürzesten Weg von s nach t, indem Sie den Dijkstra-Algorithmus auf den folgenden Graphen anwenden! Geben Sie auch die Kosten (=Wert) des kürzesten Weges an! Aus Ihren Notizen (Knotengewichte!) muss erkennbar sein, dass der Dijkstra-Algorithmus durchgeführt wurde.



Komplex 7. Hashing (10 Punkte)**Aufgabe 7.01****(2 P)**

Was ist perfektes Hashing?

Aufgabe 7.02**(8 P)**

Die Schlüsselmenge S sei durch 7-stellige Zahlen aus dem Bereich $[0000000, 9999999]$ gegeben. Die Hashfunktion ist $h(s) = s \bmod 1000$. Bestimmen Sie die Adressen folgender Schlüssel und tragen Sie diese in die bereits mit anderen Werten belegte Hashtabelle ein.

Als Kollisionsauflösungsstrategie ist lineares Sondieren (links) bzw. quadratisches Sondieren (rechts) zu verwenden. Die Schrittweite des Parameters i ist 1.

Hinweis: Falls benötigt, finden Sie weitere Tabellen im Anhang A.

Schlüsselfolge (sequentiell von links nach rechts abzuarbeiten):

2222008, 8888012, 4444004, 9999006, 6666006, 3333006, 0000005, 7777004

Lineares Sondieren

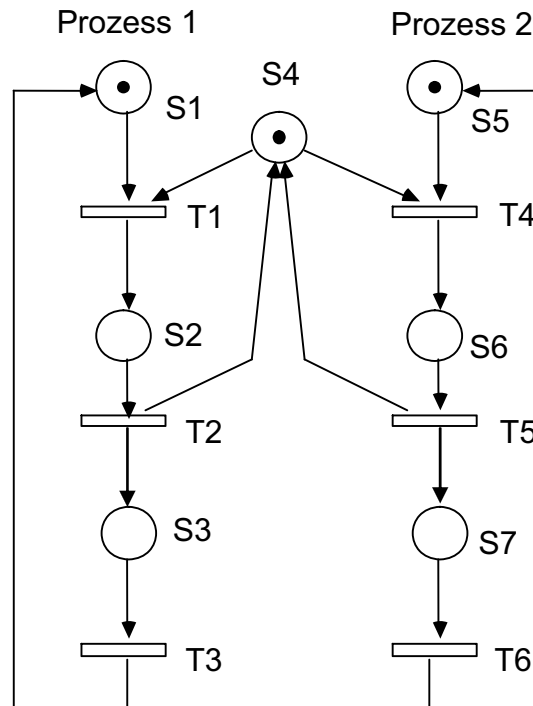
| a=h(s) | Schlüssel s |
|--------|-------------|
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | 8888008 |
| 9 | 0000009 |
| 10 | |
| 11 | |
| 12 | 1111012 |
| 13 | |
| 14 | |
| 15 | |
| 16 | |
| 17 | |
| 18 | |
| 19 | |
| 20 | |

Quadratisches Sondieren

| a=h(s) | Schlüssel s |
|--------|-------------|
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | 8888008 |
| 9 | 0000009 |
| 10 | |
| 11 | |
| 12 | 1111012 |
| 13 | |
| 14 | |
| 15 | |
| 16 | |
| 17 | |
| 18 | |
| 19 | |
| 20 | |

Komplex 8. Petri-Netze I (10 Punkte)**Aufgabe 8.01****(10 P)**

a) Geben Sie für das gezeigte Reader/Writer-Modell drei bzw. zwei linear unabhängige S- und T-Invarianten an! Verwenden Sie die Vektorschreibweise!



S-Invariante 1:

S-Invariante 2:

S-Invariante 3:

T-Invariante 1:

T-Invariante 2:

b) Ergänzen Sie folgende Definitionen und Aussagen:

DEFINITION: S-INVARIANTEN

Ein Vektor $v \in \mathbb{Z}^n$, $v \neq 0$, heißt *S-Invariante* genau dann, wenn

DEFINITION: T-INVARIANTEN

Ein Vektor $v \in \mathbb{Z}^m$, $v \neq 0$, heißt *T-Invariante* genau dann, wenn

AKTIVIERUNG

Eine Transition t_j heißt aktiviert in einer Markierung M , wenn gilt $M \geq \dots$

SCHALTEN UND FOLGEMARKIERUNG

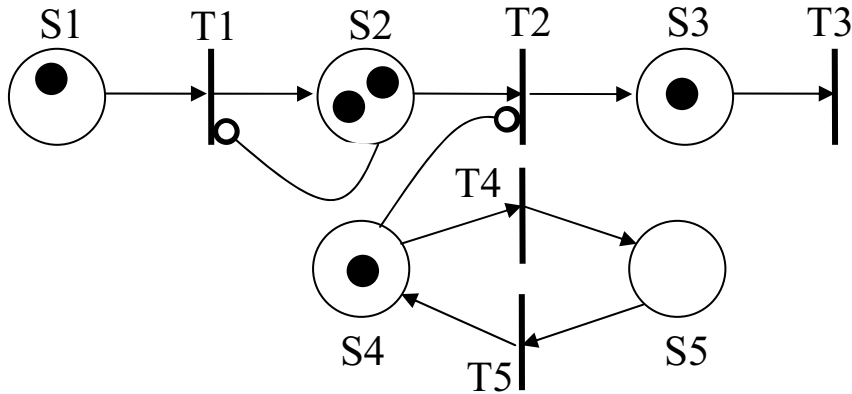
Das Schalten von t_j führt zu der direkten Folgemarkierung M' .

Diese wird berechnet durch

$$M' := \dots$$

Petri-Netze II (10 Punkte)**Aufgabe 9.01****(5 P)**

Geben Sie eine zulässige Schaltfolge an, die von der gegebenen Startmarkierung $M_0=(1,2,1,1,0)$ zu der Markierung $M=(0,0,0,1,0)$ führt. Geben Sie den zugehörigen Häufigkeitsvektor an. Beachten Sie die beiden Verbotskanten.

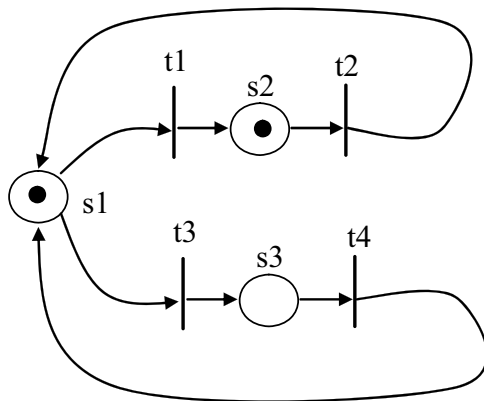


Schaltfolge $f =$

Häufigkeitsvektor $w =$

Aufgabe 9.02**(5 P)**

Konstruieren Sie für das angegebene Bedingungs/Ereignis-Netz (B/E-Netz) den Erreichbarkeitsbaum und(!) den Erreichbarkeitsgraphen!



B/E-Netz mit Startmarkierung (1,1,0)

Komplex 10. Stochastische Modelle (10 Punkte)**Aufgabe 10.01****(6 P)**

Wir betrachten eine zeitdiskrete Markovkette für „Gambler's Ruin“. Die Zustandmenge ist gegeben durch $\{0,1,2,3,4\}$. Ein Gewinn (Zustandswechsel $i \rightarrow i+1$) bzw. ein Verlust (Zustandswechsel $i \rightarrow i-1$) von 1 Euro pro Spiel tritt ein mit Wahrscheinlichkeit $p = q = 0.5$. Die Zustände 0 und 4 sind absorbierende Zustände.

- a) Stellen Sie das Zustandsübergangsdiagramm für die zugehörige zeitdiskrete Markovkette auf!
- b) Für die Startverteilung zum Zeitpunkt $t=0$ gilt $p(t=0) = (0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0)$. Bestimmen Sie die Zustandsverteilungen für die Zeitpunkte $t=1$ und $t=2$!

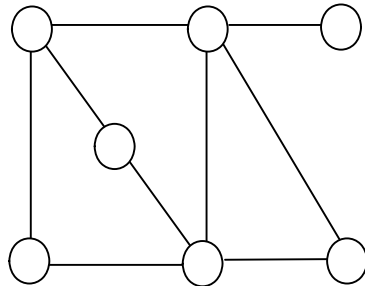
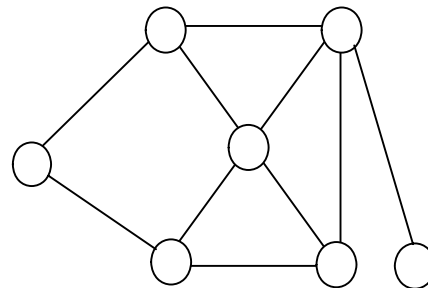
Aufgabe 10.02**(4 P)**

Geben Sie die Definition (Berechnungsvorschrift) für einen gemischten Kongruenzgenerator (Zufallszahlengenerator) an und erläutern Sie seine vier Parameter.

$$X_{i+1} =$$

Komplex 11. Vermischtes (10 Punkte)**Aufgabe 11.01****(4 P)**

a) Ergänzen Sie die beiden Graphen um möglichst wenige Kanten, so dass jeweils ein Eulerscher Graph entsteht! (Eulerscher Graph = Graph mit Euler-Zyklus)

**G1****G2****Aufgabe 11.02****(6 P)**

Geben Sie die formale Definition eines markierten Stellen/Transitionsnetzes exakt und vollständig an und erläutern Sie seine Bestandteile!

Anhang A

Weitere Tabellen und Hilfsmittel.

Kennzeichnen Sie, ob eine eventuelle Lösung gewertet werden soll.

(Hier noch mal Aufgabe 4.02 zur Reinschrift, falls nötig.)

(a) $\{ \{ \neg p_1, p_2, \neg p_3 \}, \{ p_2, \neg p_3 \}, \{ \neg p_3 \}, \{ p_1, \neg p_3 \} \}$

(b) $\{ \{ \neg p_1, p_2, p_3 \}, \{ p_1, p_2, p_3 \}, \{ \neg p_2 \}, \{ p_1, p_4 \}, \{ \neg p_3 \} \}$

Weitere Tabellen und Hilfsmittel.

Kennzeichnen Sie, ob eine eventuelle Lösung gewertet werden soll.

(Hier noch mal Aufgabe 7.02 zur Reinschrift, falls nötig.)

| a=h(s) | Schlüssel s |
|---------------|--------------------|
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | 8888008 |
| 9 | 0000009 |
| 10 | |
| 11 | |
| 12 | 1111012 |
| 13 | |
| 14 | |
| 15 | |
| 16 | |
| 17 | |
| 18 | |
| 19 | |
| 20 | |

| a=h(s) | Schlüssel s |
|---------------|--------------------|
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | 8888008 |
| 9 | 0000009 |
| 10 | |
| 11 | |
| 12 | 1111012 |
| 13 | |
| 14 | |
| 15 | |
| 16 | |
| 17 | |
| 18 | |
| 19 | |
| 20 | |

ANHANG B**Äquivalenzen**

| | | |
|-----|--|---|
| 1. | $A \wedge 0 \equiv 0$ | Neutralität der Konjunktion |
| 2. | $A \wedge 1 \equiv A$ | Identität der Konjunktion |
| 3. | $A \vee 0 \equiv A$ | Identität der Disjunktion |
| 4. | $A \vee 1 \equiv 1$ | Neutralität der Disjunktion |
| 5. | $A \wedge A \equiv A$ | Idempotenz der Konjunktion |
| 6. | $A \vee A \equiv A$ | Idempotenz der Disjunktion |
| 7. | $A \wedge \neg A \equiv 0$ | Kontradiktion |
| 8. | $A \vee \neg A \equiv 1$ | Tautologie |
| 9. | $\neg \neg A \equiv A$ | Doppelte Negation |
| 10. | $A \wedge B \equiv B \wedge A$ | Kommutativität der Konjunktion |
| 11. | $A \vee B \equiv B \vee A$ | Kommutativität der Disjunktion |
| 12. | $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ | Distributivität der Konjunktion |
| 13. | $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ | Distributivität der Disjunktion |
| 14. | $A \wedge (A \vee B) \equiv A$ | Absorptionsgesetz |
| 15. | $A \vee (A \wedge B) \equiv A$ | Absorptionsgesetz |
| 16. | $A \vee (\neg A \wedge B) \equiv A \vee B$ | Absorptionsgesetz |
| 17. | $A \wedge (\neg A \vee B) \equiv A \wedge B$ | Absorptionsgesetz |
| 18. | $\neg (A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$ | de Morgansches Gesetz |
| 19. | $\neg (A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$ | de Morgansches Gesetz |
| 20. | $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv A$ | |
| 21. | $(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B) \equiv A$ | |
| 22. | $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ | Umwandlung von \rightarrow in \vee und \neg |
| 23. | $A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ | Eliminierung von „Doppelpfeilen“ |
| 24. | $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C) \equiv (A \wedge \neg C) \vee (B \wedge C)$ | |
| 25. | $(A \vee B) \wedge (A \vee \neg C) \wedge (B \vee C) \equiv (A \vee \neg C) \wedge (B \vee C)$ | |